



Московский государственный технический университет  
Факультет «Информатика и системы управления»  
Кафедра ИУ-1 «Системы автоматического управления»

## Программа учебной дисциплины «Методы вычислений»

для подготовки специалистов по направлению

24.05.06 «Системы управления летательными аппаратами»

**Автор программы:** Масленников Андрей Леонидович, старший преподаватель  
[amas@bmstu.ru](mailto:amas@bmstu.ru)

Москва, 2020.

## Аннотация

Дисциплина направлена на изучение численных методов (векторно-матричных преобразований, решения систем линейных алгебраических уравнений, интерполяции функций, интегрирования функций, дифференцирования функций, поиска экстремумов функций), решений задач оптимизации на примере аппроксимации экспериментальных данных и методов математического описания и моделирования простейших динамических систем с построением типовых графиков для анализа, а также на получение навыков программирования в среде MathWorks MATLAB.

## Структура дисциплины

<b>Лекции</b>	
1	Методы вычислений. Теоретические основы.
2	Численные методы векторно-матричных преобразований.
3	Численные методы матричных разложений.
4	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
5	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
6	Численные методы интерполирования функций.
7	Численные методы интегрирования функций.
8	Численные методы решения задачи Коши. Явные методы.
9	Численные методы решения задачи Коши. Адаптивные и неявные подходы.
10	Численные методы дифференцирования функций.
11	Численные методы решения задач скалярной оптимизации.
12	Численные методы решения задач многомерной оптимизации.
13	Методы оценки вычислительной эффективности.
14	Создание GUI приложений в MathWorks MATLAB.
<b>Лабораторные работы</b>	
1	Численные методы векторно-матричных преобразований.
2	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
3	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
4	Численные методы интегрирования функций.
5	Численные методы решения задачи Коши. Явные методы.
6	Численные методы решения задачи Коши. Адаптивные методы.
7	Численные методы решения задачи Коши. Неявные методы.
8	Численные методы дифференцирования функций.
<b>Домашние задания</b>	
1	Численные методы интерполирования функций одной переменной.
2	Численные методы поиска экстремумов функций
<b>Рубежные контроли</b>	
1	По материалам лекций 1-7, лабораторным работам 1-4, домашнему заданию 1
2	По материалам лекций 8-14, лабораторным работам 6-8, домашнему заданию 2

## Вопросы для подготовки к РК №1

1. Вычислительная задача. Модель. Символьные и численные методы решения вычислительных задач. Требования, предъявляемые к численным методам. Классификация и характеристики численных методов. Виды численных методов по типам решаемых задач. Методы эквивалентных преобразований. Методы аппроксимации. Прямые методы. Итерационные методы. Стохастические методы.
2. Погрешность определения решения. Абсолютная, относительная, предельные и приведенные погрешности. Точность решения. Значащие цифры, верные значащие цифры и их связь с точностью решения. Абсолютная погрешность функции нескольких переменных. Причины возникновения погрешностей (погрешность метода, погрешность округления, погрешность, обусловленная машинной арифметикой). Устранимые и неустраиваемые погрешности. Корректность задачи. Абсолютная и относительная устойчивость решения. Обусловленность вычислительной задачи, число обусловленности.
3. Матрицы. Виды матриц. Унитарная матрица. Эрмитова матрица. Ортогональная матрица. Нормальная матрица. Разреженная матрица и проблемы их использования. Обратная матрица. Миноры, виды миноров, алгебраические дополнения матрицы. Взаимная матрица. Вырожденная матрица. Экспоненциальная матрица. Положительная и отрицательная определенность матриц.
4. Векторно-матричные операции. Детерминант. Ранг матрицы. Нормы матрицы. След матрицы. Численные методы векторно-матричных преобразований. Вычисление обратных и псевдо-обратных матриц. Вычисление собственных векторов и собственных значений матриц. Сигнулярные значения матрицы.
5. Разложение (декомпозиция) матриц. Спектральное разложение, разложение матрицы в форму Жордана, разложение Шура, сингулярное разложение (SVD), LU-разложение (алгоритмы Дулиттла и Кроута), LUP-разложение, LDU-разложение, LL-разложение (разложение Холецкого), LDL-разложение, QR-разложение (метод ортогонализации Грама-Шмидта, модифицированный метод Грама-Шмидта, метод Хаусхолдера, метод Гивенса).
6. Методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений. Классификация методов, условия применимости и сходимости вычислений к истинному решению. Прямые методы (метод Гаусса, метод Гаусса-Жордана, метод Крамера, метод решения через разложение Холецкого, метод решения через обратную матрицу). Итерационные методы (метод Якоби, метод Гауса-Зейделя, метод релаксации, метод сопряженных градиентов, метод бисопряженных градиентов, стабилизированный метод бисопряженных градиентов).
7. Задача одномерной интерполяции. Метод интерполяции ближайшим соседом. Линейная интерполяция. Полиномиальная интерполяция. Методы полиномиальной интерполяции (метод интерполяции полиномом Лагранжа, методы интерполяции полиномами Ньютона вперед и назад, интерполяция кубическими сплайнами).
8. Задача многомерной интерполяции на примере функции двух переменных. Билинейная и бикубическая интерполяции.

## Вопросы для подготовки к РК №2

1. Методы численного интегрирования функций. Интегрирование дискретных и непрерывных функций. Точность методов численного интегрирования. Правило Рунге для оценки точности интегрирования.
2. Методы численного интегрирования на базе квадратурных формул Ньютона-Котеса. Методы левых, правых и средних прямоугольников. Метод трапеций. Метод парабол (метод Симпсона). Методы более высоких порядков.
3. Методы численного интегрирования на базе квадратурных формул Гаусса-Лежандра и Гаусса-Кронрода. Адаптивные квадратуры.
4. Стохастический метод интегрирования Монте-Карло. Принципиальный подход, пример на одномерном и двумерном случае.
5. Задача Коши. Численные методы решения задачи Коши. Классификация численных методов решения задачи Коши. Явные/ неявные методы, одношаговые/многошаговые методы. Реализация численных методов решения задачи Коши в режиме реального времени. Устойчивость численных методов решения задачи Коши.
6. Явные численные методы решения задачи Коши. Метод Эйлера, метод Эйлера-Коши, метод Эйлера-Коши с итерационной обработкой, усовершенствованный метод Эйлера, семейство методов Рунге-Кутты, многошаговые методы Адамса-Башфорта.
7. Адаптивные численные методы решения задачи Коши. Механизмы контроля точности решения, получаемых численными методами решения задачи Коши. Контроль точности для методов Рунге-Кутты. Два основных подхода реализации адаптивных численных методов.
8. Неявные численные методы решения задачи Коши. Неявные одношаговые методы Рунге-Кутты, неявные многошаговые методы Адамса-Мультона.
9. Методы численного дифференцирования. Двухточечная и трехточечная схема вычисления дифференциала. Метод конечных разностей. Вычисление производной второго порядка.
10. Методы численного определения матрицы первых частных производных (матрица Якоби) и матрицы вторых частных производных (матрица Гессе). Метод Бroyдена. Метод Бroyдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно.
11. Численные методы поиска экстремумов функций. Одномерные прямые методы поиска минимума (метод полного перебора, метод дихотомии, метод золотого сечения). Многомерные методы поиска экстремумов функций. Метод Хука-Дживса. Методы первого порядка (градиентный метод, метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска). Методы второго порядка (метод Ньютона, метод Ньютона-Рафсона, квазиньютоновские методы).

## Список основной литературы

1. Андреев В.Б. Численные методы. Учебное пособие. И.: Макс-пресс, 2013, 337 с.
2. Амосов А.А., Дубинский Ю.А. Копченова Н.В. Вычислительные методы. Учебное пособие. И.: Лань, 2014, 672 с.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Учебник. И.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2017, 640 с.
4. Белов С.А., Злотых Н.Ю. Численные методы линейной алгебры. Лабораторный практикум. И.: Нижегородский государственный университет, 2005, 58 с.
5. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. И.: Высшая школа, 2002, 840 с.
6. Воеводин В.В., Кузнецов А.Ю. Матрицы и вычисления. И.: Наука, 1984, 320 с.
7. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация. И.: Эдиториал УРСС, 2000, 320 с.
8. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. пер. с англ. Х.Д. Икрамова. И.: Мир, 2001, 430 с.
9. Иванов В.А., Медведев В.С., Чемоданов Б.К., Ющенко А.С. Математические основы теории автоматического управления. В трех томах. 2-ое издание, дополненное. И.: Высшая школа. Москва, 1977, 320 с.  
*(в 2008 году вышло 3-е издание, которого в цифровом виде нет).*
10. Семушкин М.В. Численные методы алгебры. И.: Ульяновский государственный технический университет, 2006, 176 с.
11. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. 4-е издание. И.: Лань, 2009, 736 с.

## Список методических указаний по MathWorks MATLAB

1. Васильев А.Н. MatLAB. Самоучитель. Практический подход. 2-е издание. И.: Наука и Техника, 2015, 448 с.
2. Лазарев Ю.Ф. Начала программирования в среде MatLAB. Учебное пособие. И.: НИУУ «КПИ», 2003, 424 с.
3. Мироновский Л.А., Петрова К.Ю. Введение в MatLAB. Учебное пособие. И.: СПбГУАП, 2005, 122 с.